



Tentamen WISKUNDE II, 29 augustus 2000

Tijd: 3 uur

(Antwoorden dienen beargumenteerd te worden)

1. [1] In \mathbb{R}^3 zijn gegeven de punten $A = (1, 2, 3)$, $B = (1, 3, 2)$, $C = (3, 3, 1)$ en $P = (1, 3, 5)$.

(i)[2] Geef een parametervoorstelling van de lijn door A en B .

(ii)[2] Geef de Cartesische vergelijking van het vlak V door A, B en C .

(iii)[2] Bepaal de afstand van P tot het vlak V .

(iv)[3] Bepaal het spiegelpunt P^* van P ten opzichte van V .

2. [1] V is de reële vectorruimte van alle reële polynomen $p(t)$ van de graad ≤ 3 (inclusief het nulpolynoom). Gegeven zijn de polynomen $p_1(t) = t^3$, $p_2(t) = t^2(1-t)$, $p_3(t) = t(1-t)^2$ en $p_4(t) = (1-t)^3$. De afbeelding $T: V \rightarrow V$ is gegeven door $Tp(t) = (1-t)p'(t)$ met p' de afgeleide van p .

(i)[3] Toon aan dat $\{p_1, \dots, p_4\}$ een basis is van V .

(ii)[3] Geef de matrixrepresentatie van T ten opzichte van de basis $\{p_1, \dots, p_4\}$.

(iii)[3] Bepaal $N(T)$ en $\dim T(V)$.

3. [1] Gegeven is onderstaand stelsel lineaire vergelijkingen (c een reële parameter).

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & & x_3 & = & 3 \\ cx_1 & + & (1-c)x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ cx_1 & + & (c-2)x_2 & + & 2x_3 & = & 6 \end{array}$$

(i)[3] Bepaal de determinant van de coëfficiëntenmatrix.

(ii)[2] Voor welke waarden van c is er precies één oplossing?

(iii)[4] Voor welke waarde(n) van c is het stelsel strijdig? Geef in het geval dat er meer dan één oplossing is de volledige oplossing.

4. [1] Beschouw de matrix $A = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 2 \\ -4 & -4 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

(i)[3] Bereken het karakteristieke polynoom van A en laat zien dat 1, 2 en 3 de eigenwaarden van A zijn.

(ii)[3] Bepaal de bijbehorende eigenvectoren.

(iii)[3] Bepaal een matrix C en een diagonaalmatrix Λ zodat $A = C^{-1}\Lambda C$.